

2012 学年第一学期高一年级数学问卷

考生须知：

1. 本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，在答题卷密封区内填写班级、姓名、学号和座位号。
3. 所有答案必须写在答题卷上，写在试题卷上无效。

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的）

1、设集合 $A = \{x | x > 2\}$ ，则（ ）

- A、 $\emptyset \in A$ B、 $\sqrt{5} \in A$ C、 $-\sqrt{5} \in A$ D、 $A \subseteq \{\sqrt{5}\}$

2、函数 $f(x) = x^2 - 3x + 2$ 的零点是（ ）

- A、(1,0) 或 (2,0) B、(0,1) 或 (0,2) C、1 或 2 D、-1 或 -2

3、已知 $\sin \theta < 0$ 且 $\cos \theta > 0$ ，则角 θ 在（ ）

- A、第一象限 B、第二象限 C、第三象限 D、第四象限

4、下列函数在 $[0, +\infty)$ 内为增函数的是（ ）

- A、 $y = x^2 - x$ B、 $y = -\frac{1}{x}$ C、 $y = \ln x$ D、 $y = e^x$

5、三个数 0.7^6 , $6^{0.7}$, $\log_{0.7} 6$ 的大小关系为（ ）

- A. $\log_{0.7} 6 < 0.7^6 < 6^{0.7}$ B. $0.7^6 < 6^{0.7} < \log_{0.7} 6$ C. $\log_{0.7} 6 < 6^{0.7} < 0.7^6$ D. $0.7^6 < \log_{0.7} 6 < 6^{0.7}$

6、函数 $y = \log_2^2 x + \log_2 x^2 + 2$ 的值域是（ ）

- A、(0,+) B、[1,+) C、(1,+) D、R

7、下列两个函数为相等函数的是（ ）

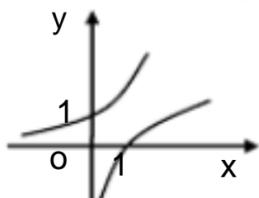
- A、 $y = 1$ 与 $y = x^0$ B、 $y = a^{\log_a x}$ 与 $y = \log_a a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$)

- C、 $y = \sqrt{x^2}$ 与 $y = (\sqrt{x})^2$ D、 $y = \lg(1+x) + \lg(1-x)$ 与 $y = \lg(1-x^2)$

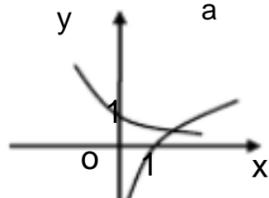
8、函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在区间 $(-\infty, 3]$ 上单调递减，那么实数 a 的取值范围是（ ）

- A、 $a \leq -2$ B、 $a \geq -2$ C、 $a \leq 4$ D、 $a \geq 4$

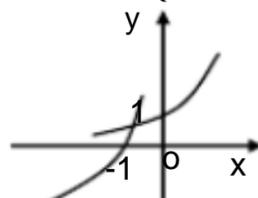
9、在同一坐标系中，函数 $y = (\frac{1}{a})^x$ 与 $y = \log_a(-x)$ (其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象只可能是（ ）



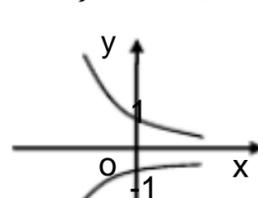
A



B



C



D

10、设奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为减函数，且 $f(1) = 0$ ，则不等式 $\frac{f(x) - f(-x)}{x} < 0$ 的解集为 ()

- A、 $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ B、 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ C、 $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ D、 $(-1, 0) \cup (0, 1)$

二、填空题 (本题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分。请将答案填写在答卷中的横线上)

11、计算： $\sin 600^\circ =$ _____。

12、幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(3, \sqrt[4]{27})$ ，则 $f(x)$ 的解析式是 _____。

13、集合 _____，若 $A = \{0\}$ ，则实数 _____ 的值为 _____。

14、函数 $y = \sqrt{\log_{0.5}(x-5)}$ 定义域是 _____。

15、设扇形的周长为 8cm ，面积为 4cm^2 ，则扇形的圆心角的弧度数是 _____。

16、设 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数，当 $x < 0$ 时， $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ，则 $f(2) =$ _____。

17、定义：区间 $[x_1, x_2]$ ($x_1 < x_2$) 的长度 $x_2 - x_1$ 。已知函数 $y = \left| \log_{\frac{1}{2}} x \right|$ 的定义域为 $[a, b]$ ，值域为 $[0, 2]$ ，

则区间 $[a, b]$ 的长度的最大值与最小值的差为 _____。

三、解答题 (本题共 5 小题，共 72 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

18、(本题 14 分)

(1) $0.064^{-\frac{1}{3}} - \left(\frac{7}{8}\right)^0 + 16^{\frac{3}{4}} + (\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3})^6$ 。

(2) $\lg \frac{1}{2} - \lg \frac{5}{8} + \lg 12.5 + \log_2^3 \cdot \log_3^8$ 。

19、(本题 14 分)

(1) 已知角 α 是第二象限角, 且 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ 求 $\cos(\pi + \alpha)$ 及 $\tan \alpha$ 的值;

(2) 已知 $\tan \beta = \frac{1}{2}$, 求 $\frac{\sin \beta + 2 \cos \beta}{\cos \beta - 3 \sin \beta}$ 的值; 求 $\sin^2 \beta - 3 \sin \beta \cos \beta + 4 \cos^2 \beta$ 的值。

20、(本题 14 分)

已知 $a > 0$ 且满足不等式 $2^{2a+1} > 2^{5a-2}$ 。

(1) 求实数 a 的取值范围。

(2) 求不等式 $\log_a (3^{x+1}) < \log_a (7^{-5x})$ 。

(3) 若函数 $y = \log_a (2^{x-1})$ 在区间 $[1, 3]$ 有最小值为 -2 , 求实数 a 值。

21、 (本题 15 分)

已知函数 $f(x) = m - \frac{2}{1+5^x}$ 。

(1) 是否存在实数 m ，使 $f(x)$ 是奇函数？若存在，求出 m 的值；若不存在，给出证明。

(2) 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时， $f(x) \geq 0$ 恒成立，求实数 m 的取值范围。

22、 (本题 15 分)

已知二次函数 $y = f(x) = x^2 + bx + c$ 的图象过点 $(1, 13)$ ，图像关于直线 $x = -\frac{1}{2}$ 对称。

(1) 求 $f(x)$ 的解析式。

(2) 已知 $t < 2$ ， $g(x) = [f(x) - x^2 - 13] \cdot |x|$ ，

若函数 $y = g(x) - m$ 的零点有三个，求实数 m 的取值范围；

求函数 $g(x)$ 在 $[t, 2]$ 上的最小值。

原式 = -5 原式 = $\frac{11}{5}$ 4 分

20. (本题满分 14 分)

已知 $a > 0$ 且满足不等式 $2^{2a+1} > 2^{5a-2}$ 。

(1) 求实数 a 的取值范围。

(2) 求不等式 $\log_a(3x+1) < \log_a(7-5x)$ 。

(3) 若函数 $y = \log_a(2^{x-1})$ 在区间 $[1, 3]$ 有最小值为 -2 ，求实数 a 值。

解：(1) 由题意得 $2a+1 > 5a-2$ 2 分

$\therefore a < 1 \because a > 0 \therefore 0 < a < 1$ 2 分

(2) $\because 0 < a < 1 \therefore \begin{cases} 3x+1 > 0 \\ 7-5x > 0 \\ 3x+1 > 7-5x \end{cases}$ 3 分 Zxxk

解得 $\frac{3}{4} < x < \frac{7}{5}$ 2 分 Zxxk

(3) 函数 $y = \log_a(2^{x-1})$ 在区间 $[1, 3]$ 递减 $\therefore y = \log_a(2^{x-1})$ 的最小值为 $\log_a^5 = -2$ 3 分

$\therefore a^{-2} = 5$ 解得 $a = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 。 2 分

21 (本题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = m - \frac{2}{1+5^x}$ 。

(1) 是否存在实数 m ，使 $f(x)$ 是奇函数？若存在，求出 m 的值；若不存在，给出证明。

(2) 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时， $f(x) \geq 0$ 恒成立，求实数 m 的取值范围。

解：(1) $\because f(x)$ 为奇函数 $\therefore f(-x) = -f(x)$ 2 分

$\therefore m - \frac{2}{1+5^{-x}} = -m + \frac{2}{1+5^x} \therefore m = \frac{1}{1+5^x} - \frac{1}{1+5^{-x}} = 1$ 4 分

(2) 方法一：当 $-1 \leq x \leq 2$ 时， $f(x) \geq 0$ 恒成立 \Leftrightarrow 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时， $f(x)_{\min} \geq 0$ 。 1 分

用单调性定义证明 $f(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上递增 6 分

$f(x)_{\min} = f(-1) = m - \frac{5}{3} \geq 0$ 解得 $m \geq \frac{5}{3}$ 。 2 分

方法二： $\because -1 \leq x \leq 2 \therefore \frac{1}{5} \leq 5^x \leq 25 \therefore \frac{6}{5} \leq 1+5^x \leq 26$

$\therefore m - \frac{5}{3} \leq m - \frac{2}{1+5^x} \leq m - \frac{1}{13}$ 6 分

$$f(x)_{\min} = m - \frac{5}{3} \geq 0 \text{ 解得 } m \geq \frac{5}{3}。 \dots\dots 3 \text{ 分}$$

22 . (本题满分 1.5 分)

已知二次函数 $y = f(x) = x^2 + bx + c$ 的图象过点 $(1, 13)$, 图像关于直线 $x = -\frac{1}{2}$ 对称。

(1) 求 $f(x)$ 的解析式。

(2) 已知 $t < 2$, $g(x) = [f(x) - x^2 - 13] |x|$,

若函数 $y = g(x) - m$ 的零点有三个 , 求实数 m 的取值范围 ;

求函数 $g(x)$ 在 $[t, 2]$ 上的最小值。

解 : (1) $f(x) = x^2 + x + 11 \dots\dots 4 \text{ 分}$

$$(2) g(x) = (x - 2) |x| = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0 \\ -x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases} \text{ 如图 (略) } \dots\dots 2 \text{ 分}$$

函数 $y = g(x) - m$ 的零点有三个等价于 $g(x) = m$ 的实数解有三个

等价于 $y = g(x)$ 与 $y = m$ 图像有三个交点 $\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\therefore -1 < m < 0 \dots\dots 2 \text{ 分}$$

(3) 由 $x < 0, -x^2 + 2x = -1$ 解得 $x = 1 - \sqrt{2}, x = 1 + \sqrt{2}$ (舍去) $\dots\dots 1 \text{ 分}$

分类讨论 : 当 $t \leq 1 - \sqrt{2}$ 时 , $g(x)_{\min} = g(t) = -t^2 + 2t ; \dots\dots 1 \text{ 分}$

当 $1 - \sqrt{2} < t \leq 1$ 时 , $g(x)_{\min} = g(1) = -1 ; \dots\dots 1 \text{ 分}$ Zxxk

当 $1 < t < 2$ 时 , $g(x)_{\min} = g(t) = t^2 - 2t。 \dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\text{综上所述 : } g(x)_{\min} = \begin{cases} -t^2 + 2t, & t \leq 1 - \sqrt{2} \\ -1, & 1 - \sqrt{2} < t \leq 1 \\ t^2 - 2t, & 1 < t < 2 \end{cases}。 \dots\dots 1 \text{ 分}$$